gastautoren und leser schreiben

Hilfsmatt als Muster für das Lösungsverfahren
<u>in mehrstufigen kooperativen Entscheidungen</u>

von Eduard Kofler (CH – Zürich)

➢ Zugfolge

In meinem Beitrag in i&f 75, S. 2254 wurde folgendes Verfahren zur Lösung von Hilfsmatts erörtert: Bestimmung der End-Mattsituationen und das Testen ihrer Verbindung (Rückgang-Verfahren) mit der Anfangssituation. Das ist auch die Basis für meinen weiteren Beitrag.

Ein Hilfsmatt kann als kooperatives 2-Personenspiel (schwarz, weiss) interpretiert werden und die Lösung – als optimale Zugfolge (ZF) schwarz, weiss; schwarz, weiss; ...; welche die Anfangssituation (A) in gegebener Anzahl (n) von Zügen mit der End-Mattsituation (E) verbindet, betrachtet werden. Dementsprechend kann die Lösung symbolisch als Zugfolge

ZF: $A \xleftrightarrow{n} E$ dargestellt werden.

Folgende Behauptungen sind offensichtlich:

1. Hinreichende Bedingung für die Existenz einer korrekten Lösung ist die eindeutige Existenz einer, mittels Rückgang-Verfahrens, getesteten Zugfolge (vgl. Anhang 4).
2. Bei mehrfacher Lösung muss 1.) an jede Mattsituation angewendet werden.
3. Jede Abweichung von 1.) und 2.) führt zu keiner Lösung.
4. Jede ZF-Lösung bedeutet eine Gleichgewichtsstrategie:
   Eine Abweichung kann zu Fehlentscheidungen führen (vgl. Anhang 1).
5. Jeder Zug in der ZF-Lösung ist optimal für den gegebenen Spieler.

➢ Entscheidungsbäume als graphische Darstellung von Hilfsmatts

Die Lösung eines Hilfsmatts ist immer in Form eines Entscheidungsbaumes vorstellbar. Hier ein Beispiel (i&f 75, Informalturnier, Nr. 1521, h‡2, 2 Lösungen):

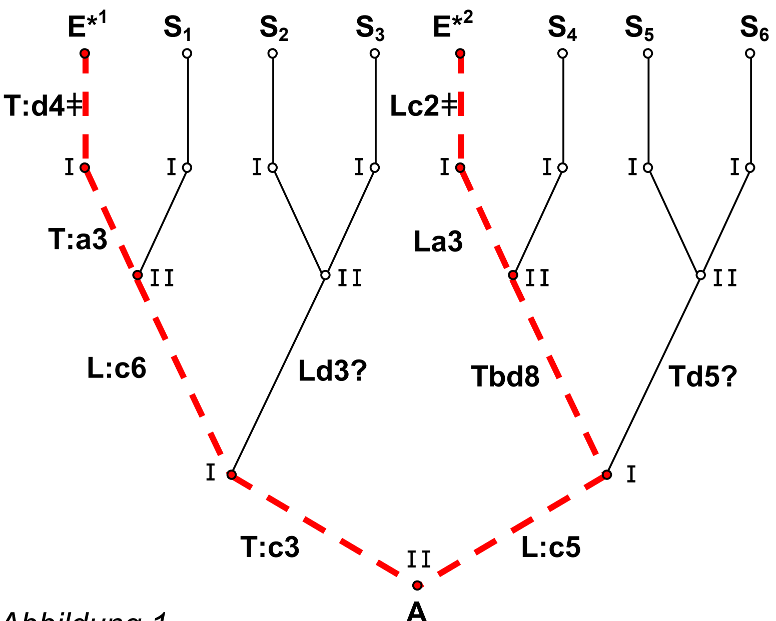


Abbildung 1

Beschreibung:

* Entscheidungsbaum nach der Eliminierung von ungünstigen Zügen (vgl. Literatur [1])

Eckpunkte: Spieler – I (weiss), II (schwarz)

Züge: die entsprechenden Strecken

$S_1, S_2, \ldots, S_6$: die Endsituationen (ohne Matt)

E^{*1}, E^{*2}: die End-Mattsituationen

A Anfangspunkt des Entscheidungsbaumes

Lösungen: a) Zugfolge 1.T:c3 Lc6 2.Ta3 Td4‡
b) Zugfolge 1.L:c5 Tbd8 2.La3 Lc2‡
} unterbrochene Linie in Abbildung 1

Fehlentscheide: a) I. Ld3 – b) II. Td5

Eine Erweiterung für h‡n (n = beliebig) lässt sich mühelos umsetzen; Details vgl. Anhang 4.

➢ Geometrische Eigenschaft des Entscheidungsbaums

Jede Endsituation verbindet eindeutig eine Zugfolge (Streckenzug) mit dem Anfangspunkt $A(E^* \to A)$. Daraus folgt:

1. Bei gegebenen Entscheidungsbaum und End-Mattsituationen entspricht jeder Lösung die Verbindungszugfolge $(E^* \to A)$. Im Lösungsverfahren kann also das Rückwärtsverfahren [Roll back $(E^* \to A)$] angewendet werden. Das Vorwärtsverfahren $(A \to E^*)$ ist identisch (vgl. Anhang 4).
   Z.B. gibt es in Abbildung 1 zwei Lösungszugfolgen (unterbrochene Linie).
   Der Rückgang für E^{*1}: Td4, Ta3, Lc6, T:c3 (A)
   Der Vorwärtsgang für E^{*2}: L:c5, Tbd8, La3, Lc2‡.
2. Jede Lösungszugfolge ist eine Gleichgewichtsstrategie. Eine Abweichung von ihr führt zu Fehlentscheiden. – In Abbildung 1 führen die Züge Ld3 und Td5 zu Fehlentscheiden.
3. Aus unseren Überlegungen folgt, dass die Lösungsstrategien optimale Strategien sind. Die Optimalität betrifft auch die einzelnen Züge in der Lösungsstrategie.
4. Die Optimalität wird in den h‡n offensichtlich realisiert bei unscharfen Daten. Das betrifft die Endsituationen und ihre Präferenz seitens des Entscheidungsträgers und den Verlauf des Entscheidungsbaumes (vgl. Anhang 3).

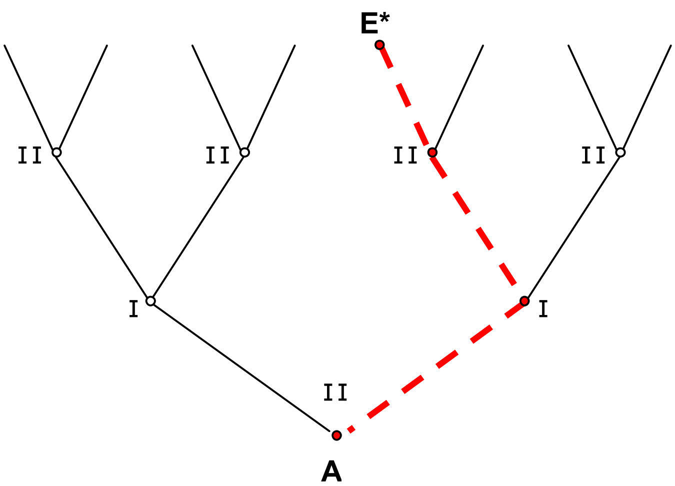
➢ Vorteile des Entscheidungsbaum-Verfahrens

a) Der direkte Übergang zu mehrstufigen ökonomischen, sozialen und anderen Entscheidungen.
b) Das analoge Verfahren in anderen Schachproblemen, wie n‡, s‡, Studien, Märchenschach (in einem späteren Beitrag).
c) In Schachkompositionen (in einem späteren Beitrag).
d) In Schachproblemen unter Wahrscheinlichkeitsbedingungen (vgl. Literatur [1]).

➢ Mehrstufige ökonomische Entscheidungen

Das Verfahren ist analog wie beim Hilfsmatt mit dem Unterschied, dass statt Ermittlung von End-Mattsituationen, Endsituationen von maximaler Präferenz seitens der Entscheidungsträger ermittelt werden (vgl. Anhang 3).

Beispiele: Zwei Firmen I und II wollen zusammenarbeiten. Die Analyse führt nach Eliminierung der ungünstigen Zügen (vgl. Literatur [2]) zum Entscheidungsbaum $EB^{(1)}$.



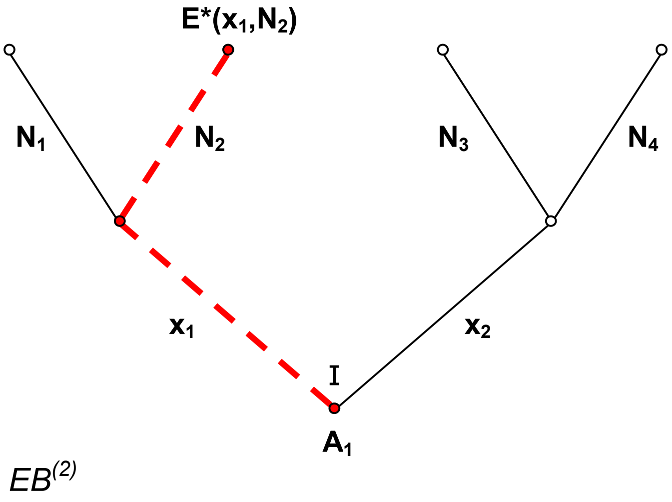
EB$^{(1)}$

Sie verfügen nur über folgende unscharfe Informationen über die Daten des Modells $EB^{(1)}$: Firmen I und II betrachten die Präferenz von E* als maximal bezüglich aller Endsituationen. Dann folgt, gemäss unseren Betrachtungen über h‡: Die Bestimmung der Rückwärtszugfolge $ZF(E^* \to A)$, die E* mit dem Anfangspunkt A verbindet, ermittelt die optimale Vorwärtsstrategie $ZF(A \to E^*)$ (unterbrochene Linie). Das ist die einzige Lösung der betrachteten Problemstellung der Zusammenarbeit beider Firmen. Sie wird als eine Gleichgewichtsstrategie bezeichnet.

➢ Fusion (Kooperation) von zwei Unternehmen I, II

Unternehmen I – Entscheidungsbaum $EB^{(2)}$

(Einfacher Fall, Skizze)



Erläuterungen:

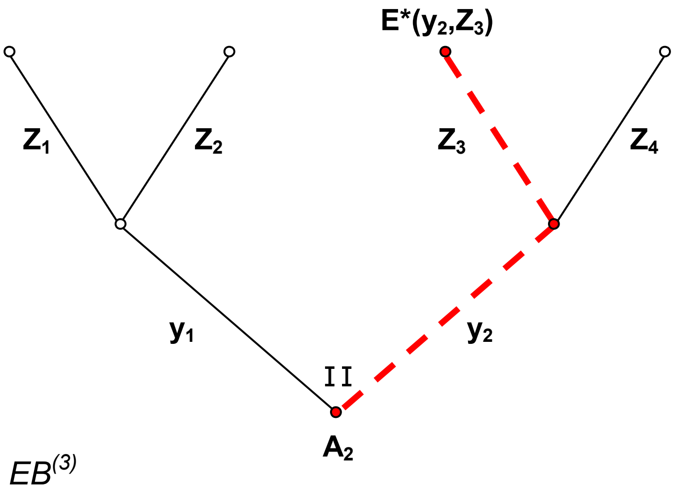
- x_1, x_2: mögliche Strategien von I
- N_1, N_2, N_3, N_4: entsprechende Zustände
- E*: die einzige Endsituation von maximaler Präferenz

Gemäss den Hilfsmatt-Überlegungen ist die optimale Gleichgewichtsstrategie die "unterbrochene Linie" Zugfolge:

$$A_1 \to E^*(x_1, N_2)$$

$E^*(x_1,N_2)$ ist die mittels x_1 und N_2 erzielte Endsituation.

Unternehmen II – Entscheidungsbaum $EB^{(3)}$



Erläuterungen:

- y_1, y_2: mögliche Strategien von II
- Z_1, Z_2, Z_3, Z_4: entsprechende Zustände
- E*: die einzige Endsituation von maximaler Präferenz

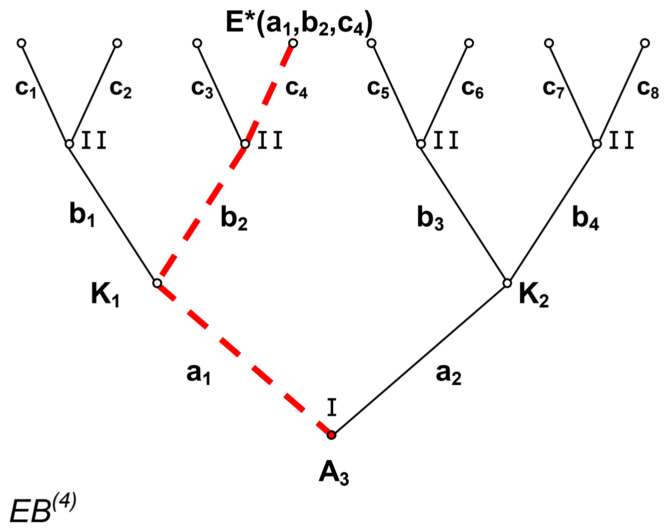
Gemäss der Hilfsmatt-Analogie ist die optimale Gleichgewichtsstrategie die "unterbrochene Linie" Zugfolge:

$$A_2 \to E^*(y_2, Z_3)$$

$E^*(y_2,Z_3)$ ist die mittels y_2 und Z_3 erzielte Endsituation.

➢ Fusion (Kooperation) von Komponenten beider Unternehmen I, II

Unternehmen I und II – Entscheidungsbaum $EB^{(4)}$



Erläuterungen:

- a_1, a_2: mögliche Strategien von I
- b_1, b_2, b_3, b_4: folgende Zustände c_1, c_2, …, c_8
- $E^*(a_1, b_2, c_4)$: die einzige Endsituation von maximaler Präferenz seitens I und II.

Gemäss den Hilfsmatt-Verfahren ist die optimale kooperative Gleichgewichtsstrategie die "unterbrochene Linie" Zugfolge:

$$A_3 \to E^*$$

$E^*(a_1,b_2,c_4)$ ist die mittels a_1, b_2, c_4 kooperativ erzielte Endsituation führt zur Bewertung der Rationalität der Kooperation.

➢ Schlussbemerkungen

In einem späteren Beitrag wird das Entscheidungsbaum-Verfahren auf n‡, s‡, Studien, Märchenschach erörtert. Das Verfahren für n‡ findet praktische Anwendung in mehrstufigen antagonistischen Konfliktsituationen und das für Studien – im praktischen Schachspiel. Das Entscheidungsbaum-Verfahren erleichtert ebenfalls die Kompositionstechnik in manchen Schachproblemen.

Anhang 1: Gleichgewichtsstrategie

In den Naturwissenschaften wird oft der Begriff Gleichgewichtszustand betrachtet. Es handelt sich um solche Erscheinungen, welche bei Beseitigung der Störung zum Ruhezustand zurückkehren. Dasselbe betrifft Ruhestände im sozialen Bereich, auch in alltäglichen Entscheidungen.

Analog in Beurteilung jeder Tätigkeit (Strategie). Sie wird als optimal betrachtet, wenn eine Abweichung von ihr zum Verlassen der günstigen Situation führen kann. Im Schachspiel führt eine Abweichung zur Verschlimmerung der Schachsituation. Das betrifft jede Gleichgewichtsstrategie (Lösung von Schachproblemen).

Anhang 2: Unvollständige Information (vgl. Literatur [3])

Die Betrachtung unserer Realität ist mit dem Konzept der unvollständigen Information verbunden. Unscharf sind die Objekte und Erscheinungen in der Natur, Begriffe in der Wissenschaft, Informationen und Entscheidungen.

Im Schachbereich ist besonders wichtig der Zusammenhang zwischen den vorhandenen Informationen und Entscheidungen. Dabei sind die Begriffe vollständiger und unvollständiger Information von wesentlicher Bedeutung. Sie sind relativ:

z.B. in Schachproblemen kann eine vollständige Information bezüglich der möglichen Antworten des Gegenspielers, der Endmattsituationen vorliegen, aber nur eine unvollständige Information bezüglich des genauen Verlaufs des Spiels (des Entscheidungsbaumes). Erst zusätzliche Informationen, die zur Lösung führen, bilden die vollständige Information. In dem Sinn basiert die Lösung eines Schachproblems auf einer vollständigen Information.

Anhang 3: Präferenzskala

In Entscheidungen bei unvollständiger Information ist oft die Unschärfe der Daten über die Endsituationen von wesentlicher Bedeutung. In Hilfsmatt-Problemen, gemäss unseren Betrachtungen, genügt es, beim bekannten Entscheidungsbaum-Verlauf, die Präferenzskala zu kennen. Das bedeutet, dass der Entscheidungsträger mehr oder weniger bevorzugte Situationen unterscheidet (Präferenzordnung, > < - Zeichen). Es genügt auch, wenn nur die maximale Präferenz (Mattsituation) bekannt ist. Das ist eben ein Beispiel für vollständige Information zur Ermittlung der Lösung.

Anhang 4: Rückgangtest

Die Lösung eines korrekten Hilfsmatts, die mittels eines Entscheidungsbaums immer vorstellbar ist, führt zu einem Streckenzug, der den Anfangspunkt (A) mit der betrachteten End-Mattsituation (E) verbindet $(A \to E)$.

Das ist der Vorwärtsgang der Lösung. Oft muss aber die Korrektheit der Lösung getestet werden, indem die Umkehr-Zugfolge $(E \to A)$ betrachtet wird. Das ist der Rückgangtest.

Das Rückgang-Verfahren (Roll back) hat noch folgende Bedeutung: Es führt zu Entscheidungsbäumen mit verminderter Anzahl von Zügen (n). Dabei werden alle ermittelten Hilfsmatt-Eigenschaften aufrechterhalten. Sie gelten also für h‡n bei beliebigen n.

Einige Literaturangaben

[1] E. Kofler: Optimale Strategien in unscharfen Schachsituationen; idee & form 70, 2001
[2] E. Kofler: Eliminationsverfahren bei Lösung von Schachaufgaben; idee & form 75, 2002
[3] E. Kofler: Linear Partial Information with Applications; Fuzzy Sets and Systems, vol.118, 2001, NL